

СПИСОК

типовых задач к зачету по дисциплине “Компьютерная физика” (семестр III, ППП “MATLAB”)♥

Задача №1. Построить кривую зависимости числа простых чисел из интервала $[1, n]$ в зависимости от n .

Задача №2. Построить кривую зависимости времени работы центрального процессора компьютера при вычислении детерминанта квадратной матрицы в зависимости от ее порядка.

Примечание. Должна получиться кубическая парабола, т.к. детерминант матрицы находится методом приведения матрицы к треугольному виду, на что требуется порядка n^3 операций.

Задача №3. Написать программу вычисления определителя Вандермонда n -го порядка.

$$D_n = \det \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{\substack{i>j \\ i,j=1 \\ i,j=n}}^n (x_i - x_j)$$

Задача №4. Численно исследовать решения системы уравнений в зависимости от значения параметра λ .

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 + \lambda x_4 = 1. \end{cases}$$

Задача №5. Решить матричное уравнение следующего вида.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{vmatrix} X \begin{vmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{vmatrix}$$

Задача №6. Для случайных матриц A убедиться в том, что верна точная аналитическая формула вида: $\det \exp(A) = \exp(\text{Tr}(A))$. Выяснить пределы применимости данной формулы.

Примечание. Воспользоваться функцией \expm .

Задача №7. Для случайных матриц A проверить выполнение формул вида:

♥ Список задач взят из учебного пособия: Плехотников К.Э., Волков Б.И., Задорожный С.С., Антонюк В.А., Терентьев Е.Н., Белинский А.В. Методы разработки курсовых работ. Моделирование, вычисления, программирование на C/C++ и MATLAB, виртуализация, образцы лучших студенческих курсовых работ. Учебное пособие/ Под общ. ред. К.Э. Плехотникова. — М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2006. 320с. (Серия “Библиотека студента”).

$$\text{Tr } A = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n,$$

$$\det A = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n,$$

где $\lambda_i, i=1, \dots, n$ — собственные значения матрицы A .

Примечание. Использовать функции `det` и `eig`.

Задача №8. Изучить функцию `fzero(@F,x0)` на примере решения уравнения вида:

$$F(x) = \prod_{i=1}^n (x - i) = 0$$

при различных значениях параметра n . Выяснить пределы применимости работы алгоритма в зависимости от параметра n .

Задача №9. Изучить функцию `roots` на примере поиска корней уравнения $(x+1)^n = 0$.

Задача №10. Решить матричное уравнение, используя решатель `fsolve`.

$$\exp(X) - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Задача №11. Решить матричное уравнение, используя решатель `fsolve`.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} X^2 + \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} X + \begin{vmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -2 & -3 & -4 \\ -2 & -4 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

Задача №12. Создать командную кнопку.

Задача №13. Создать текстовое поле с возможностью редактирования.

Задача №14. Создать координатные оси в графическом окне.

Задача №15. Изучить численно так называемое *логистическое* уравнение $(y' = y - y^2)$, описывающее, например, рост популяции бактерий.

Задача №16. Изучить численно *демографическое* уравнение $y' = y^2$, используемое для описания глобального роста человечества.

Задача №17. Численно изучить поведение тока в цепи с сопротивлением (R), индуктивностью (L) и источником напряжения ($E_0 \sin(\omega t)$). Согласно законам электричества соответствующее уравнение для тока I имеет следующий вид:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{E_0}{L} \sin(\omega t).$$

Последнее уравнение в наших обозначениях и с точностью до некоторых констант приводится к виду: $y' + y = \sin(x)$. Решение последнего уравнения легко находится и равно $y = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + C \cdot e^{-x}$.

Задача №18. Численно изучить решения уравнения Ван-Дер-Поля, которое хорошо известно в теории колебаний. Это дифференциальное уравнение второго порядка $y'' - k(1 - y^2)y' + y = 0$ имеет в качестве решения устойчивый замкнутый цикл, который и порождает колебания релаксационного типа.

Задача №19. Создать графическое окно с осями координат axes. В этом окне проставить красные пентаграммы в местах нажатия левой клавиши мыши

Задача №20. Численно построить непериодическое решение нелинейного маятника. Движение нелинейного маятника описывается уравнением $\varphi'' + \omega^2 \sin(\varphi) = 0$. Можно проверить непосредственно, что уравнение нелинейного маятника допускает аналитическое решение вида:

$$\varphi = 2 \arcsin \left[\frac{\exp(\pm 2\omega t) - 1}{\exp(\pm 2\omega t) + 1} \right],$$

при этом $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(0) = \pm 2\omega$. Согласно (6), при $t \rightarrow +\infty$ решение $\varphi \rightarrow \pm\pi$.

Задача №21. Пусть x — плотность популяции жертвы, y — плотность популяции хищника, тогда, согласно модели Лотки-Вольтерра, модели хищник-жертва, можно записать следующие уравнения:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy, \\ \dot{y} = cxy - dy, \end{cases} \quad (7)$$

где $a, b, c, d = \text{const} > 0$. Коэффициент a описывает интенсивность размножения жертв, b — выедание хищниками жертв, c — увеличение биомассы хищников за счет выедания жертв, d — интенсивность естественной смерти хищников.

Подобрать параметры a, b, c, d , а также начальные данные так, чтобы наблюдались периодические колебания, описывающие совместное проживание популяций жертв и хищников.